

Derivation of Expressions for the Angular Velocity Components in Terms of the Euler Parameters

> restart;

Derivation of the Expression for Omega1

> a1 := 2*(epsilon1*epsilon2 + epsilon3*epsilon4);

$$a1 := 2 \epsilon_1 \epsilon_2 + 2 \epsilon_3 \epsilon_4$$

> b1 := 2*(e1dot*epsilon3 + epsilon1*e3dot - e2dot*epsilon4 - epsilon2*e4dot);

$$b1 := 2 e1dot \epsilon_3 + 2 \epsilon_1 e3dot - 2 e2dot \epsilon_4 - 2 \epsilon_2 e4dot$$

> c1 := -epsilon1^2 + epsilon2^2 - epsilon3^2 + epsilon4^2;

$$c1 := -\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 - \epsilon_3^2 + \epsilon_4^2$$

> d1 := 2*(e2dot*epsilon3 + epsilon2*e3dot + e1dot*epsilon4 + epsilon1*e4dot);

$$d1 := 2 e2dot \epsilon_3 + 2 \epsilon_2 e3dot + 2 e1dot \epsilon_4 + 2 \epsilon_1 e4dot$$

> e1 := 2*(epsilon2*epsilon3 - epsilon1*epsilon4);

$$e1 := 2 \epsilon_2 \epsilon_3 - 2 \epsilon_1 \epsilon_4$$

> f1 := 2*(-epsilon1*e1dot - epsilon2*e2dot + epsilon3*e3dot + epsilon4*e4dot);

$$f1 := -2 \epsilon_1 e1dot - 2 \epsilon_2 e2dot + 2 \epsilon_3 e3dot + 2 \epsilon_4 e4dot$$

> omega1 := (a1*b1) + (c1*d1) + (e1*f1);

$$\begin{aligned} \omega_1 := & (2 \epsilon_1 \epsilon_2 + 2 \epsilon_3 \epsilon_4) (2 e1dot \epsilon_3 + 2 \epsilon_1 e3dot - 2 e2dot \epsilon_4 - 2 \epsilon_2 e4dot) \\ & + (-\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 - \epsilon_3^2 + \epsilon_4^2) (2 e2dot \epsilon_3 + 2 \epsilon_2 e3dot + 2 e1dot \epsilon_4 + 2 \epsilon_1 e4dot) \\ & + (2 \epsilon_2 \epsilon_3 - 2 \epsilon_1 \epsilon_4) (-2 \epsilon_1 e1dot - 2 \epsilon_2 e2dot + 2 \epsilon_3 e3dot + 2 \epsilon_4 e4dot) \end{aligned}$$

> expand(omega1);

>

$$\begin{aligned} & -2 \epsilon_4^2 \epsilon_1 e4dot + 2 \epsilon_4^2 \epsilon_2 e3dot - 2 \epsilon_3^2 \epsilon_1 e4dot + 2 \epsilon_3^2 \epsilon_2 e3dot + 2 \epsilon_2^2 e1dot \epsilon_4 \\ & - 2 \epsilon_2^2 e2dot \epsilon_3 + 2 \epsilon_1^2 e1dot \epsilon_4 - 2 \epsilon_1^2 e2dot \epsilon_3 + 2 \epsilon_3^2 \epsilon_4 e1dot - 2 \epsilon_1 \epsilon_2^2 e4dot \\ & + 2 \epsilon_1^2 \epsilon_2 e3dot - 2 \epsilon_3 \epsilon_4^2 e2dot - 2 \epsilon_1^3 e4dot + 2 \epsilon_2^3 e3dot - 2 \epsilon_3^3 e2dot + 2 \epsilon_4^3 e1dot \end{aligned}$$

> eq := epsilon1^2 + epsilon2^2 + epsilon3^2 + epsilon4^2 = 1;

>

$$eq := \epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2 + \epsilon_4^2 = 1$$

> simplify(expand(omega1), {eq});

$$-2 \epsilon_1 e4dot + 2 \epsilon_2 e3dot - 2 e2dot \epsilon_3 + 2 e1dot \epsilon_4$$

Derivaton of the Expression for Omega2

```
> a2 := 2*(epsilon1*epsilon3 - epsilon2*epsilon4);  
a2 := 2 ε1 ε3 - 2 ε2 ε4  
> b2 := 2*(epsilon1*e1dot - epsilon2*e2dot - epsilon3*e3dot +  
epsilon4*e4dot);  
b2 := 2 ε1 e1dot - 2 ε2 e2dot - 2 ε3 e3dot + 2 ε4 e4dot  
> c2 := 2*(epsilon2*epsilon3 + epsilon1*epsilon4);  
c2 := 2 ε2 ε3 + 2 ε1 ε4  
> d2 := 2*(e1dot*epsilon2 + epsilon1*e2dot - e3dot*epsilon4 -  
epsilon3*e4dot);  
d2 := 2 e1dot ε2 + 2 ε1 e2dot - 2 e3dot ε4 - 2 ε3 e4dot  
> e2 := -epsilon1^2 - epsilon2^2 + epsilon3^2 + epsilon4^2;  
e2 := -ε12 - ε22 + ε32 + ε42  
> f2 := 2*(e1dot*epsilon3 + epsilon1*e3dot + e2dot*epsilon4 +  
epsilon2*e4dot);  
f2 := 2 e1dot ε3 + 2 ε1 e3dot + 2 e2dot ε4 + 2 ε2 e4dot  
> omega2 := (a2*b2) + (c2*d2) + (e2*f2);  
ω2 := (2 ε1 ε3 - 2 ε2 ε4) (2 ε1 e1dot - 2 ε2 e2dot - 2 ε3 e3dot + 2 ε4 e4dot)  
+ (2 ε2 ε3 + 2 ε1 ε4) (2 e1dot ε2 + 2 ε1 e2dot - 2 e3dot ε4 - 2 ε3 e4dot)  
+ (-ε12 - ε22 + ε32 + ε42) (2 e1dot ε3 + 2 ε1 e3dot + 2 e2dot ε4 + 2 ε2 e4dot)  
> expand(omega2);  
-2 ε13 e3dot - 2 ε23 e4dot + 2 ε33 e1dot + 2 ε43 e2dot + 2 ε12 ε3 e1dot - 2 ε1 ε32 e3dot  
+ 2 ε22 ε4 e2dot - 2 ε2 ε42 e4dot + 2 ε22 ε3 e1dot - 2 ε2 ε32 e4dot + 2 ε12 ε4 e2dot  
- 2 ε1 ε42 e3dot - 2 ε12 ε2 e4dot - 2 ε22 ε1 e3dot + 2 ε32 e2dot ε4 + 2 ε42 e1dot ε3  
> simplify(expand(omega2), {eq});  
-2 ε1 e3dot - 2 ε2 e4dot + 2 e1dot ε3 + 2 e2dot ε4
```

Derivation of Expression for Omega3

```
>  
> a3 := epsilon1^2 - epsilon2^2 - epsilon3^2 + epsilon4^2;  
a3 := ε12 - ε22 - ε32 + ε42  
> b3 := 2*(e1dot*epsilon2 + epsilon1*e2dot + e3dot*epsilon4 +  
epsilon3*e4dot);  
b3 := 2 e1dot ε2 + 2 ε1 e2dot + 2 e3dot ε4 + 2 ε3 e4dot  
> c3 := 2*(epsilon1*epsilon2 - epsilon3*epsilon4);  
c3 := 2 ε1 ε2 - 2 ε3 ε4
```

```

[ > d3 := 2*(-epsilon1*e1dot + epsilon2*e2dot - epsilon3*e3dot +
epsilon4*e4dot);
      d3 := -2 ε1 e1dot + 2 ε2 e2dot - 2 ε3 e3dot + 2 ε4 e4dot
[ > e3 := 2*(epsilon1*epsilon3 + epsilon2*epsilon4);
      e3 := 2 ε1 ε3 + 2 ε2 ε4
[ > f3 := 2*(e2dot*epsilon3 + epsilon2*e3dot - e1dot*epsilon4 -
epsilon1*e4dot);
      f3 := 2 e2dot ε3 + 2 ε2 e3dot - 2 e1dot ε4 - 2 ε1 e4dot
[ > omega3 := (a3*b3) + (c3*d3) + (e3*f3);
ω3 := (ε12 - ε22 - ε32 + ε42) (2 e1dot ε2 + 2 ε1 e2dot + 2 e3dot ε4 + 2 ε3 e4dot)
      + (2 ε1 ε2 - 2 ε3 ε4) (-2 ε1 e1dot + 2 ε2 e2dot - 2 ε3 e3dot + 2 ε4 e4dot)
      + (2 ε1 ε3 + 2 ε2 ε4) (2 e2dot ε3 + 2 ε2 e3dot - 2 e1dot ε4 - 2 ε1 e4dot)
[ > expand(omega3);
2 ε22 e3dot ε4 - 2 ε22 ε3 e4dot - 2 ε32 e1dot ε2 + 2 ε32 ε1 e2dot + 2 ε32 e3dot ε4
      - 2 ε42 e1dot ε2 + 2 ε42 ε1 e2dot - 2 ε42 ε3 e4dot + 2 ε13 e2dot - 2 ε23 e1dot - 2 ε33 e4dot
      + 2 ε43 e3dot + 2 ε12 e3dot ε4 - 2 ε12 e1dot ε2 - 2 ε12 ε3 e4dot + 2 ε22 ε1 e2dot
[ > simplify(expand(omega3), {eq});
      2 ε1 e2dot - 2 e1dot ε2 - 2 ε3 e4dot + 2 e3dot ε4
[ >

```